البحث فى الرياضيات التربوية (*) واتجاهاته المتميزة فى مصر

د . نظلة حسن أحمد خضر

مقدمة :

زادت البحوث فى الرياضيات التربوية زيادة كبيرة منذ الخمسينيات ، خاصة فى العشرين سنة الماضية ، وأستحدثت مجالات جديدة ينادى مستحدثيها بالتوسع وعمل العديد من البحوث فيها (١) ومع ذلك فان البحوث فى الرياضيات التربوية لم تؤد الى فاعلية التربية فمثلا تطور المناهج وطرق التدريس لم يتأثر كثيرا بنتائج البحوث التربوية فى هذا المجال ، ولا بأفكار الفلاسفة وعلماء النفس(٢) . ولعل ذلك يرجع الى تضارب فى نتائج بعض البحوث أو عدم اعطاء نتيجة وحيدة لبحث ما (٣) من جهة ، ومن جهة أخرى الى قصور فى طرق (تكنيات) البحث فى المجالات المختلفة .

ومن ثم .. تتضح الحاجة الى ارساء قواعد نظرية للرياضيات التربوية ، حتى يمكن تجميع وتوحيد البحوث ونموها للاستفادة منها فى التطبيق الفعال . وقد نادى "بيكر" (٤) بضرورة بناء نظرية للرياضيات التربوية ، وعضد نداؤه توصيات مؤتمرات عالمة ،(١) ، (٤) ، وعلى ذلك فاننا نقدم فى هذا البحث فكرة عامة عن بحوث الرياضيات التربوية ، ثم نقدم تصور للنظرية ومجالات تكنيات البحث فيها ، مع التعرض الى أحد الاتجاهات الجديدة المتميزة للبحث فى مصر والتى تسبق فيها حتى الدول المتقدمة فى هذا المجال .

---

(١) الرياضيات التربوية هى ترجمة mathematical education ويفضل البعض ترجمتها الى تعليم الرياضيات .

أولا ـ البحث في الرياضيات التربوية :

البحث في الرياضيات التربوية ، هو البحث في ميدان العلم الذى نسميه طرق تدريس الرياضيات . وعموما فالتسمية : الرياضيات التربوية mathematical education أصبحت هى السائدة والمقبولة فى المؤتمرات العلمية والمعاهد التربوية . وتتعدد مجالات البحث وقد تختلف من بلد لآخر (قد يكون نامى أو متقدم) فى هذا الميدان (٤) ، (٥) اذ أنه يوجد جوانب كثيرة لتعليم وتدريس الرياضيات تقع فى مجموعة بحوث الرياضيات التربوية ومنها : بناء المناهج وتطورها ، قياس وتحسين فاعلية المدرس ، تحديد وقياس الاتجاهات نحو الرياضيات ، حل المشكلات ، قياس التحصيل والتقويم ، انماء الابداع ، وتدريب المدرس . ولقد كان القائمون على بحوث الرياضيات تقليديا متخصصين فى علم النفس التربوى ، حيث كان الاهتمام السائد بحث علاقة القدرات العقلية المختلفة بالتحصيل .

وبعد الثورة التى حدثت فى تطوير برامج الرياضيات وادخال الرياضيات الحديثة فى المراحل المختلفة ـ منذ حوالى الستينيات بالخارج والسبعينيات بمصر ـ أصبح الرياضيون التربويون هم المضطلعون بعمل البحوث ، كما وجد اتجاه ينادى بتعاون الرياضيين التربويين والرياضيين ومن لهم دور فى عملية التعليم للقيام بالبحوث ، كما تنوعت مجالات البحث فى الرياضيات التربوية . الا أن الاهتمام الأكبر تركز على بناء مناهج فى الرياضيات التربوية ، الا أن الاهتمام الأكبر تركز على بناء مناهج جديدة ، مناهج تتمشى مع العصر التكنولوجي الذى نعيش فيه ، وله ارتباط بحياة الناس واحتياجات المجتمع . واستلزم ذلك ضغط على تدريس رياضيات أكثر للتلميذ نتيجة للنمو الهائل فى الرياضيات ـ والتى تسمى بالحديثة ـ ولتعدد تطبيقاتها كأساس للتطور العلمي والتكنولوجي . ومن

ثم زادت الحاجة الى معرفة أكثر عن تعلم الرياضيات ، تتمشى مع طبيعة الرياضيات النامية وخصائص التلميذ .

وأضطلعت المشروعات الريادية لبناء معظم المناهج المتطورة والقيام ببحوث حول تدريسها وتقييمها . الا أن المناهج المتطورة التى وضعت فى أول الأمر ـ منذ اكثر من عشرين سنة بالخارج وعشر سنوات بمصر ـ لم يطرأ عليها الا تغييرات سطحية طفيفة ، وشملها الجمود الى حد ما حتى أصبحت محتاجة الى ثورة أخرى تستند الى مبادىء قوية لتثير اتجاه البحوث من جديد لتبسيط رياضيات أساسية تعتبر أحدث من التى أدرجت فى المناهج المتطورة ، مع اثارة أهميتها العلمية والتطبيقية والحيوية للتلميذ وتوضيح كيفية تعلمها وتعليمها ، وهو ما اضطلعنا بالعمل فيه .

ومن جهة أخرى فى ظل أهداف مجتمعنا الجديد الخاص بتطوير التعليم بعد سن الالزام ، ووضع التعليم الأساسي والشامل تتبادر الى الذهن تساؤلات تستحق الفحص والبحث منها : ما هى المفاهيم أو الموضوعات الرياضية التى تود أن يتمكن منها كل التلاميذ فى التعليم الأساسي (أو ما يليه فى التعليم الثانوى) هل التلاميذ الذين سوف يلتحقوا بالتعليم الثانوى (أو ما يليه الجامعي) ويقومون بدراسة موضوعات تختلف عن أولئك الذين ينهون دراستهم فى نهاية التعليم الأساسي أو الثانوى ؟ وما هى الرياضيات التى تخدم الظروف البيئية المختلفة ـ زراعة ـ صناعة ـ بتركيميائية ـ تجارية ـ ملاحية .. ؟ ، هل يوجد بعض من طرق التدريس أو تكنياته تكون ذات فاعلية لكل التلاميذ أم أن فاعلية الطرق هى دالة لخصائص التلميذ كميوله واستعداداته وحصيلته ذات النفع فى البيئة ؟ هل نختار طرقا بحيث تبدو أنها تتطلب وقتا أقل فى الدراسة ؟ وما هو أحسن ترتيب أو تنظيم للافكار الرياضية يبنى به المنهج من التعليم الابتدائى أو الأساسي وخلال التعليم الثانوى ؟ .

وبالرغم من تعدد الدراسات والبحوث - النظرية والتجريبية - في الرياضيات التربوية ، الا أنها ما زالت تعتبر حديثة العهد ، وغير ذات جدوى . فقد أشار بجل [٣] عام ١٩٦٩ ، الى القضايا التي بحثها الرياضيون التربويون ، وأوضح أن معظمها يمكن تصنيفه في الأصناف العامة التالية :

١- الأهداف (الغايات) القصوى للرياضيات التربوية ، فمثلا ما هي الصعوبات التي نود أن يتمكن التلاميذ منها ؟ .

٢- تنظيم وتتبع الموضوعات في المنهج ، فمثلا : ما هي المتطلبات التعليمية لتعلم مفهوم ما ؟ .

٣- الاجراءات التدريسية في التعليم pedagogical procedures فمثلا : ما هي فاعلية طرق الاكتشاف بالمقارنة بالطريقة التقليدية أو الطرق الأخرى ؟ .

٤- طبيعة وقدرات capabilities المتعلم للرياضيات ، فمثلا هل يمكن أن يتمكن كل التلاميذ من المفاهيم والأفكار الهامة في الجبر والهندسة .. ؟

وقد استخلص " بجل " أنه بينما البحوث السابقة أمدتنا باجابات لأسئلة في هذه الأصناف ، الا أنه في بعض الأحيان تعددت الاجابات وتضاربت أحيانا مما يجعلنا لا نستطيع الاعتماد عليها وقيمتها واهية ومشكوك فيها . وأرجع " بجل " ذلك الى أن الاجابة على التساؤلات الخاصة بالسلوك المعقد Complex للتلاميذ هي غاية في السذاجة والتبسيط . فمثلا بالرغم من الاعتقاد بأن التلميذ ذو القدرات الأقل - غير القادر - لا يستطيع فهم الرياضيات كالتلميذ الأقدر ، الا أنه يوجد بحوث تبين النقيض حيث يتضح منها أن التلميذ البطيء يمكن أن يصل تقريبا الى نفس مستوى التمكن من الفهم والتحصيل للتلميذ الأسرع اذا أعطى وقتا أكثر . أما " بيكر " [٤] عام ١٩٧١ ، فقد أرجع قلة جدوى مثل هذه

البحوث السابقة الى أن القائمين عليها تقليديا متخرجين من أقسام علم النفس ، حيث أخذوا دراستهم الشكلية فيها ومن ثم فقد أصبحت البحوث الناتجة غير ذات قيمة للرياضيات التربوية ، حيث أنها كانت تهدف الى التعلم البشرى بصفة عامة ، وليس لتعلم الرياضيات بصفة خاصة .

ومن ثم ظهرت الحاجة الى بناء الرياضيات التربوية كجسم منظم من المعرفة تكون كنظرية علمية ، وقد أبرز " بيكر " الحاجة الى مثل هذه النظرية حتى تبنى مجالات الرياضيات التربوية على أساس أكثر صلابة . ولترد على تساؤلات لم تتحدد اجابتها بعد وحتى يمكن الاقتداء بنتائجها ومن هذه المجالات :

١ - بناء المنهج .

٢ - سيكولوجية وتعلم الرياضيات .

٣ - الفروق الفردية وتدريس الرياضيات .

٤ - التقويم والاختبارات التحصيلية .

و من التساؤلات التى تحتاج الى الرد عليها فى هذه المجالات كما أشار " بيكر " مثلا على الترتيب :

١ - الأهداف القصوى للرياضيات التربوية ، ما هو المنهج الذى نريده ؟ ، ما هو المحتوى الذى نريد أن يتضمن ؟ ما هى طريقة العرض ، ومن هم التلاميذ الذين يوجه لهم ؟ .

٢ - كيف يمكن الاسراع أو تسهيل عبور التلميذ خلال مراحل النمو" لبياجيه " ، متابعة بحوث التعلم بالاكتشاف ونقل أثر التعلم .

٣ - تحديد التفاعل بين الاستعداد والتعليم لمعرفة أفضل طريقة فى التدريس لتلميذ معين أو لمجموعة معينة من التلاميذ ، سواء أعتبرت قدرات التلميذ استاتيكية كما يراها " جيلفورد " أو متغيرة ، كما يراها " بياجيه " كدالة لنمو التلميذ العقلى ومروره بخبرات معينة .

٤ـ تحديد المقاييس التى تعطى معلومات عن كيفية قيام التلميذ بأعمال فى الموضوعات المختلفة فى الرياضيات التقليدية والحديثة تحديد " بروفيل " Profile لقدرات التلميذ وتطويع التدريس لتقوية قدرات التلميذ الضعيفة ، و تطويع التدريس كدالة لزيادة البروفيل مستقبلا ولاسراع فهم التلميذ لمفاهيم وأفكار الرياضيات .

ثانيا ـ النظرية Theory فى الرياضيات التربوية :

يتضح مما سبق الحاجة الى تجميع ما هو معروف عن تعلم الرياضيات وتعليمها ، والبداية بتكوين اطار نظرى للرياضيات التربوية فنحن نحتاج الى تجميع التوجيه النظرى لبناء جسم من المعرفة بأساليب علمية . وذلك حتى يمكن العمل بشئ من العمق فى بحوث الرياضيات التربوية ، ولكى تمدنا بقاعدة معقولة يمكن أن يبنى عليها النواحى التطبيقية فى تعلم وتعليم الرياضيات . وفى نفس الوقت عن طريق فتح قنوات الاتصال بين البلدان المختلفة ـ النامية والمتقدمة ـ بالمؤتمرات المحلية والعالمية يمكن أن نكشف عن طريق التعاون بحث المشكلات المشتركة فى الرياضيات التربوية .

ولهذا فقد ركز " بيكر " على أن النظرية لها دور هام فى الرياضيات التربوية ، كما لها فى العلوم الأخرى . ويعنى بالنظرية فئة من التعميمات المتعلقة بتعلم و تعليم " تدريس " الرياضيات التى تهم معظم الرياضيين التربويين . وهذا يتطلب أن يقوم بالعمل معا مدرسون لهم خبرة فى التدريس ، وكفاءة ممتازة فى المحتوى الرياضي وفى التربية رياضيون يمتازون بمعرفتهم فى الرياضيات وبتفكيرهم الرياضى ، رياضيون تربويون ، باحثون فى مجالات أخرى ، ولهم ميل وشغف فى تعلم الرياضيات

ولهم أعمال فى بحوث مرتبطة (١) ، (٢) ، (٤) ، هذه المجموعة من الأشخاص تختبر وضع الرياضيات التربوية وتطبيقاتها العملية الحالية لتكوين فئة من التعميمات حول تعلم وتعليم الرياضيات . هذه التعميمات تكون نقطة بداية - مثلها مثل المسلمات أو البديهيات فى المجالات الرياضية والعلمية - لترشيد البحوث فى الرياضيات التربوية ، وبهذا فان فئة التعميمات سوف :

١- تجذب ما هو معروف عن سيكولوجية التعلم .

٢- توضح الطريق لعمل البحوث المرتبطة حيث تشتق الفروض من فئة التعميمات .

٣- سوف توضح نتائج البحوث عما اذا كان النظرية ممكن العمل بها أو كيف يمكن تقويتها وتطويعها .

وباختصار .. فان النظرية سوف تبين الطريق الى البحث ونتائج البحث قد يؤدى الى وضع اصطلاحات وصيغ على أساس أكثر دقة وهذه تؤدى الى تكوين جسم منظم من المعرفة مشتق بأسلوب علمى وبهذا نأمل ان يكون للنظرية دور فى مساعدة المدرس لفهم أكثر لتعليم وتعلم الرياضيات .

وقد استرشدنا برأى " بيكر " بوضع أسلوب جديد فى تعلم الرياضيات بعد كنظرية فى تعلم الرياضيات (٦) ، وذلك عن طريق تحليل الأساليب المختلفة الحديثة للتعلم ومعرفة جذورها فى نظرية المعرفة وفى علم النفس ، دراسة الفاعلية التطبيقية فى طرق التدريس المشتقة من هذه الأساليب ، الاستعانة بأفكار التربويين والرياضيين التربويين والرياضيين فى الدراسة التحليلية لهذه الاساليب بالنسبة لمتغيرات تخص علم النفس التربية ، التدريس ، الرياضيات وطبيعتها النامية ، خصائص التلميذ وقمنا بوضع فئة التعميمات للنظرية المقترحة فى صورة مبادئ بعضها يوجد بين هذه الاساليب وبعضها يكامل بينها ، وبعضها الاخر أهملته هذه

الأساليب ،وقد قمنا بوضعه عن طريق خبرتنا فى تدريس الرياضيات النامية ـ الحديثة والأحدث ـ فى الجامعة وخبرة طلاب البحوث فى تبسيطها للمراحل الأدنى ، وكذلك عن طريق أفكار الرياضيين المعاصرين الذين لهم خبرة فى خلق رياضيات جديدة ، ولهم شغف بالرياضيات التربوية .

ثالثا ـ مجالات البحث وتكنياته :

أ ـ بالنسبة لمجالات البحث فى الرياضيات التربوية كما آثارتها مؤتمرات عالمية (١) ، (٧) ، (٢٢)

١ ـ بحوث فى تنظيم المنهج ، العلاقة بين الموضوعات الرياضية وتسلسلها .

٢ ـ بحوث نظرية فى معنى ومداخل الموضوعات الرياضية .

٣ ـ بحوث تاريخية للنمو الثقافى للموضوعات الرياضية ـ كالتفاعل بين النمو الحضارى ونمو الرياضيات .

٤ ـ بحوث بديهية منطقية axiological للموضوعات والتركيبات الرياضية .

٥ ـ بحوث فى تكوين المفاهيم والبرهنة الرياضية .

٦ ـ بحوث فى طرق (تكنيات) التدريس ، طرق تقويم الأنشطة التعليمية فى الرياضيات .

٧ ـ بحوث فى استخدام الاساليب (التكنيات) الرياضية فى دراسة الأحوال التربوية .

٨ ـ× بحوث حول التلاميذ الضعفاء فى تعلم الرياضيات .

٩ ـ بحوث حول التفاعل الناجح وغير الناجح بين المدرس والتلميذ .

١٠ ـ بحوث حول المشكلات العامة فى التعلم والتعليم التى لا تخص الرياضيات .

١١ - بحوث حول قدرة التلميذ على قراءة الكتب المدرسية في الرياضيات وعلى الدراسة الذاتية .

١٢ - بحوث حول تأثير أهمية الصرامة والدقة الرياضية للتلاميذ المبدعين ولهم تذوق جمالي للرياضيات .

ب - بالنسبة لطرق - أساليب أو تكنيات - البحث :

يستلزم الاتجاه الجديد في بحوث الرياضيات التربوية تحديث أساليب البحث والمعالجات الاحصائية . فنحن نحتاج في البداية الى استكشاف Explore وجمع معلومات جديدة عن تفاعل التلميذ مع العملية التعليمية لتساعد على وضع التعميمات - المبادئ الأولية - أما اختبار صحة الفروض التي تشتق من التعميمات فتأتي في مرحلة تالية لتوسيع جسم النظرية ، وهذا يتفق مع رأي " بجل " و " ويلسون " (٨) في مراحل البحث الأولى " يجب التركيز للبحوث على جمع المعلومات أكثر من البحوث الخاصة باختيار صحة الفروض .

ومن جهة أخرى ، فان بعض المعالجات الاحصائية التقليدية تعطي صورة كلية عن أفضلية طريقة عن طريقة ، ولكن لا تعطي صورة دقيقة عن فاعلية طريقة معينة بالنسبة لأي نوع من التلاميذ - قادرين وغير قادرين ، مبدعين وغير مبدعين .. - أو بالنسبة للمكونات المختلفة للمادة الرياضية - مفاهيم - علاقات - حسابيات - أو مهارات حسابية - نظريات - تركيبات .. - وعلى ذلك فانه لا يكفي فقط أن تعمل مقارنات باستخدام اختبارات المتوسط بين مجموعات التلاميذ على متغيرات الدراسات من خلال استخدام اختبار (ت) أو التحليل المتعدد multiple analysis أو التحليل الملتزم covariance ولكن باستخدام خطوط الانحدار للتمييز الدقيق للطرق المناسبة للتلاميذ باختلاف أنواعهم ، كما يقترح " كرونباخ " وآخرون . (٤)

كذلك فى تقويم برنامج أو وحدة أو كتاب مدرسي لم يعد يكفي معرفة نسبة نجاح التلاميذ أو مدى تمكنهم فى التقويم ، ولكن ينادى بتحديد البروفيل Profile لقدرات التلميذ المختلفة ، وذلك لكى يطوع التدريس كدالة للبروفيل لزيادة فهم التلميذ للمفاهيم والأفكار والموضوعات الرياضية الهامة . أو يستخدم أسلوب التحليل المتميز المتعددة descriminent analysis لتقويم مجموعة من البرامج أو الكتب المختلفة . (١٢)

وقد أوصى " كواجوش " أن تبنى طرق للبحث فى نظرية الرياضيات التربوية لتكون كأى نظرية علمية ، وأورد بعضا من هذه الطرق التى تستخدم فى الرياضيات التربوية نقدمها فيما يلى ، مع توضيحها ومناقشتها .

١- طريقة ضبط المتغيرات : Method of controling conditions

تستخدم هذه الطريقة اذا كانت الدراسة لها عوامل كثيرة ، ونود أن نبحث أثر عامل متغير واحد بضبط العوامل الأخرى المراد تثبيتها وهذه الطريقة مألوفة فى العلوم الطبيعية ، ولكن فى البحوث التربوية نجد أنه ليس من السهل دائما ضبط العوامل المراد تثبيتها .

فمثلا فى بحث عن صعوبة المسائل " المشكلات " اللفظية أخذ " كواجوشى " العوامل الآتية التى تحدد الصعوبة .

أ - نوع العمليات الحسابية التى تستخدم فى حل المسائل .

ب - معنى العمليات الحسابية التى تستخدم للعلاقات الرياضية المكونة للمسألة .

جـ - النواحى التركيبية كخواص العمليات الرياضية كالعملية أو معكوسها المكونة للمسألة .

د - عدد وترتيب العمليات المستخدمة فى المسألة .

هـ - تنظيم الكلمات أو الالفاظ التى تعطى المعلومات الرياضية أو العلاقات فى الجمل التى تعبرعن المسألة .

و - أنواع الكميات الموجودة فى المسألة .

ز - نوع - مدى range - الاعداد فى المسألة .

ولكى يبين تأثير العامل على صعوبة المسألة ثبت العوامل الاخرى ، واستخدم طريقة التعليم المبرمج لضبط عن قصد احوال المتغيرات - المواد - التعليمية للتلميذ .

٢ - طريقة المقارنة : Comparison method

هذه الطريقة أعم من الطريقة السابقة ، حيث يمكن اعتبار طريقة ضبط المتغيرات هى احدى طرق المقارنة . ويمكن أن تصنف هذه الطريقة الى النوعين التاليين :

١ - طريقة الدراسة التتابعية : Follow up investigations

وهذه الطريقة تستخدم فى تحليل بحوث الباحثين الاوائل للتحقق عما اذا كانت نفس نتائجهم يتوصل اليها أم لا بمتابعة نفس برامج بحثهم كمتابعة بحوث " بياجيه " مثلا .

٢ - طريقة المقارنة لمجموعات ضابطة :

وهذه يمكن تصنيفها أيضا الى النوعين :

أ - نفس المحتوى الدراسي ومجموعات مختلفة من التلاميذ .

ب - محتويات دراسية مختلفة ومجموعات متكافئة (متوازية) من التلاميذ .

فمثلا .. يمكن استخدام الطريقة (أ) ، لدراسة الفرق بين أوجه التحصيل لمجموعتين مختلفتين من التلاميذ يدرس لهم بنفس الطريقة لنفس المحتوى الدراسي . وأيضا يمكن استخدامها لمقارنة التلاميذ المتخلفين دراسيا والعاديين الذين لهم نفس العمر العقلى فى أوجه تفهمهم لمفاهيم الاعداد .

أما الطريقة (ب) ، فيمكن استخدامها لدراسة الفروق بين تحصيل مجموعتين متكافئتين من التلاميذ اذا درس لهم محتويان دراسيان مختلفان بعوامل مشتركة .

ويوجد ثم طريقة أخرى تعتبر صورة لهاتين الطريقتين وهى طريقة دراسة الفرق بين التحصيل لمجموعتين متكافئتين من التلاميذ باستخدام طريقتين مختلفتين للتدريس ـ تدريس القائى ـ تدريس بالاكتشاف الموجه ـ تدريس مبرمج ـ وهنا يكون المحتوى الدراسي بنفس الترتيب المنطقي لنفس المقرر بنفس الأهداف ونفس الزمن .

وقد بين " بيكر" (٩) أن استخدام مثل هذه الطرق مستخدم فى دراسات جديدة ، ولكنها بحد كبير مختصة بالبحث عن أفضلية طريقتين أو أكثر بالنسبة لمجموعة واحدة أو مجموعات متكافئة من التلاميذ ولذا فقد أثار أهمية البحث فى فاعلية الطرق المختلفة لأنواع مختلفة من التلاميذ حتى يمكن معرفة الطرق المختلفة التى تتناسب الفروق الفردية للتلاميذ . ومن ثم فانه يتفق مع كرونباخ فى استخدام خطى الانحدار لطريقتين بالنسبة لقدرات واستعدادات التلاميذ لمعرفة فاعلية الطريقتين بالنسبة لقدرات واستعدادات التلاميذ لمعرفة فاعلية الطريقتين بالنسبة لمجموعات جزئية من التلاميذ ـ القادرين والضعفاء مثلا ـ شكل (١) أ ، يبين أن كل خط انحدار يناظر طريقه ، وكل خط يمثل معادلة انحدار على الصورة ص = ب س + جـ ، حيث جـ الجزء المقطوع من محور الصادرات

(ب) معامل الانحدار لمتغير (القدرات أو الاستعداد) ، ص ، س يمثلا على الترتيب متغير النتائج - التحصيل - ، الاستعداد - أو القدرات ، ويوضح هذا الشكل (١) أ ، أن المجموعة التجريبية يمكن تجزئتها الى مجموعتين جزئيتين الأولى للتلاميذ الاقويات حيث تفضل لهم الطريقة ط١ للتدريس والمجموعة الثانية للتلاميذ الضعفاء حيث تفضل لهم الطريقة ط٢ للتدريس .

أما شكل (١) ب فيوضح أن الطريقة ط١ ، هى الأفضل لكل التلاميذ فى المجموعة التجريبية عن الطريقة ط٢ .

٣- طريقة استخدام تحليل رياضي : Method by Mathematical Analysis.

هذه الطريقة ليست محدودة بالمفهوم الضيق الذى يسمى بالاجرائيات الرياضية الاحصائية Stochastics المستخدمة فى التقويم التربوى ، ولكن تتسع باستخدام الاجراءات الرياضية الخاصة بالبنية الرياضية والطريقة البديهية ، وهى تختص بتجريد الامور التربوية باعطائها أو مماثلتها بتعاريف وبديهيات رياضية ، ومنها تستخلص بالبرهنة خواص وعلاقات مختلفة تطبق على الاحوال والظواهر التربوية الواقعية .

٤- طريقة الاستبطان : Introspection

هذه طريقة لدراسة دوال الحجة والتفكير الرياضي بواسطة الاستنبطان فى عملية التفكير للدارس أو الباحث نفسه ، وهى الطريقة التى يتضح منها كيف توصل أو فهم المسألة - كيف فشل أو نجح فى اختراقه للحل المبدئى - كيف نجح فى النهاية فى الحصول على فرصة الحل السليم بعد مسارات دائرية detours أو بالمحاولة والخطأ ، ومن خواص هذه الطريقة أنها تدرس عمليات التفكير بالتفصيل عندما ينجح الفرد على التغلب على الصعاب الماثلة أمامه والطرق المسدودة dead lock وقد استخدمها الرياضيون فى معرفة مراحل الابداع ومنهم " بوانكريه " و " هادامارد " والتى اعتبرها علماء النفس نواة لدراستهم فى هذا المجال (تيلور) (١٠)

كذلك استخدمها " ساراج " (١١) من خبرته الشخصية ومن دراسته فى التوصل الى تحليل الاخطاء وتصنيفها بالنسبة لمتغيرات خاصة بعدم الفهم وهى : عدم الوصول الى فكرة - التوصل الى الفكرة الخاطئة -

اللف فى دورات (حلقات مفرغة) going round in circles
خرق الخواص ، أو القوانين - الفشل فى الفهم حتى بعد اعطاء التفسيرات والتوضيحات .

ومن جهة أخرى ، تستخدم هذه الطريقة فى عمل المنهج بطريقة بنائية . فمثلا تستخدم فى بناء الوحدات البنائية حيث تبنى الوحدة من تفاعل التلميذ مع مكونات الوحدة ، وهنا يصل التلميذ الى مستوى التمكين بعد تعمق الباحث فى عملية تفهم التلميذ للافكار الرياضية المختلفة ، ومساعدته على التغلب على الصعوبات باستخدام مداخل أو أساليب بديلة معروفة للباحث أو يثيرها التلميذ أو يقترحها فى بعض الاحيان .

٥- طريقة تكنولوجيا التعليم : Method of educational technology

وبهذه الطريقة يمكن استخدام الوسائل السمعية والبصرية فى تحليل عمليات التفكير للتلميذ . بالاضافة يمكن الاستعانة بشرح أوتوضيح دروس الرياضيات للمدرسين الأكفاء المسجلة فى شرائط فيديو لاستخدامها كمواد فى بحوث تنظيم المنهج - طرق (أو تكنيات) التدريس - طرق التقويم للأنشطة الرياضية . كما يمكن عن طريقها استخدام التدريس المصغر فى اعداد المدرسين ، فمثلا يمكن أن تسجل الدروس التى يعطيها الطالب فى التربية العملية بغرض عرضها للتحليل والنقد على مجموعات أخرى من الطلبة وذلك لتحسين تدريس واعداد المدرس . ومن المحتمل أن يكون للأجهزة الالكترونية - والفيديو - دور كبير فى البحوث وفى التدريس مستقبلا . وتطبيق نتائج مثل هذه البحوث سوف يؤدى الى تحسين حيوى فى تدريس الرياضيات للمراحل المدرسية كما يقول " كواجوشى"

٦ - طريقة الأسلوب التاريخى للرياضيات التربوية :

Method by historical approach of mathematical education

وهى طريقة دراسة أوجه نمو الرياضيات التربوية من الماضى البعيد حتى الوقت الحاضر. ويمكن الاستعانة بهذه الطريقة فى تحسين التدريس الحاضر والمستقبلى للرياضيات .

٧- طريقة التربية المقارنة فى الرياضيات التربوية :

Method by comparative pedagogical approach of mathematical education.

وهى طريقة دراسة الأوجه الحالية للرياضيات التربوية فى البلدان المختلفة للتعرف على المشكلات المختلفة والمشتركة وطرق حلها وهذه قد تؤدى الى تحسين تدريس الرياضيات فى بلد معين ، وتسهم المؤتمرات المحلية والعالمية فى ترشيد مثل هذه الطريقة .

رابعا - أحد الاتجاهات المتميزة فى بحوث الرياضيات التربوية بمصر :

سلمنا فى هذا الاتجاه بوجوب تحديث البرامج المطورة فى البلاد المتقدمة والنامية ،والتى كما ذكرنا لم يطرأ عليها الا تعديلات طفيفة سطحية منذ وضعها من سنوات عديدة . وأن يكون لهذا التعديل صفة الاستمرارية ، ويستلزم ذلك معرفة أعمق وأشمل بالرياضيات وخاصة التى تعتبر أحدث من التى أدرجت فى هذه البرامج ،وكذلك معرفة تطبيقها ودلالتها فى النمو الحضارى وبكيفية تعلمها .

وقد سلمنا أيضا بأهمية وضع أساس نظرى سليم لتعلم وتعليم الرياضيات سواء النامية - الحديثة والأحدث - أو التقليدية بالاستعانة

بأفكار وآراء أفراد متخصصين فى مجالات لها علاقة بتعلم وتعليم الرياضيات ، خاصة بمن لهم خبرة فى تدريس الرياضيات النامية ومتخصصين فى الرياضيات التربوية بصفة عامة ، وبتعلم الرياضيات بصفة خاصة .

ومن ثم فاننا نهدف فى هذا الاتجاه الى :

أ ـ ارساء قواعد نظرية لتعلم الرياضيات ـ أو بالاحرى وضع اطار لنظرية فى تعلم الرياضيات تتمشى مع طبيعة الرياضيات النامية .

ب ـ تحديث البرامج المطورة عن طريق تبسيط رياضيات تعتبر أحدث مما أدرجت فى البرامج المطورة ، ولها دلالة فى نمو الرياضيات بحيث تؤدى الى معرفة أشمل وأدق وأعمق وأكثر تكاملية فى مجالات مختلفة للتلميذ .

أ ـ بالنسبة لتحقيق الهدف الأول :

قد أتيحت لنا فرصة أخذنا فيها خبرة بتدريس بعض من الرياضيات النامية فى الجامعة مثل التوبولوجى العام ، الهندسات المختلفة على أساس بديهى سليم (هندسة المسلمات) foundations of geometry ـ الهندسة المطلقة ـ الهندسة الاقليدية الهندسات اللا أقليدية ـ الهندسة الاسقاطية . ونتج عن ذلك أننا قمنا بعدة دراسات مختلفة : دراسة فاعلية طرق مختلفة لتدريس الرياضيات الحديثة بالجامعة ـ كما فى ١٣ ـ دراسة مستويات التجريد التى تميز الرياضيات النامية (١٣) ، (١٤) ، دور الطريقة البديهية axiomatic method فى نمو الرياضيات (١٤) ، (١٥) ، دراسة نقدية لوضع الطريقة البديهية ومقترحات بشأن تحسين تدريسها . (١٤)

ومن هذه الدراسات ، لمسنا الحاجة الى دراسة أعمق وأقوى فى تعلم الرياضيات . وقد لاحظنا أنه وجد اتجاه حديث فى تحليل العملية التعليمية منذ الثورة التى حدثت فى الخمسينيات لادخال الرياضيات الحديثة فى البرامج المطورة من جهة ومنذ الأفكار التى فجرها " بياجيه " نتجية لبحوثه فى نمو الذكاء ، والذى استخدم فيها نومفاهيم أساسية فى الرياضيات الحديثة (والتقليدية) ونشأ من هذا الاتجاه أساليب حديثة فى تعلم الرياضيات أو يسميها البعض جواز نظريات فى تعلم الرياضيات منها التعلم بالاكتشاف " لبرونر" ، التعلم الموجه " لجانيه " ،التعلم بالمعنى " لاوسايل " ، كما تولدت من التعلم بالاكتشاف والتعلم بالمعنى أساليب تسمى بالاكتشاف الموجه ، الا أنه من دراسة الفاعلية التطبيقية لهذه الاساليب المختلفة (١٦) ، (١٧) وجدنا أنها لا تلمس الا المستوى البسيط من الأفكار الرياضية الحديثة - أو التقليدية - ولا تناسب طبيعة الرياضيات النامية ومستويات التجريد التى تميزها باستخدام الطريقة البديهية ومايتبعها من أسلوب مميز للتعميم والتوحيد ، ومن ثم قمت بسلسلة من الدراسات ابتدأنا بدراسة تحليلية للأساليب الحديثة فى تعليم الرياضيات حول أربع متغيرات أساسية سيكلوجية وتربوية ، وتوضيح جذور هذه الأساليب فى علم النفس ونظرية المعرفة. (١٦) ، ومن هذه الدراسة ، اتضحت الحاجة الى بناء أسلوب جديد يوحد ويكامل بين هذه الاساليب ويتمشى مع طبيعة الرياضيات النامية التى أهملتها هذه الاساليب وتطويعها للتعليم.

ومن ثم ، اتبعنا هذه الدراسة بدراسة أشمل (ب) حيث قمنا بتحليل الأساليب الحديثة حول متغيرات أخرى (ست متغيرات غير الأربع السابقة) تخص عملية التدريس ، وطبيعة الرياضيات النامية ،وخصائص التلميذ . ووضعنا اطارا لأسلوب جديد فى تعلم الرياضيات يعتبر نواة لنظرية تعلم الرياضيات حيث ناقشنا فيه مبادئها (١٧) . كما قدمنا تطبيق للأسلوب الجديد الذى بنيناه فى تدريس أحد التركيبات الرياضية المجردة (١٨) عام ١٩٨٠.

ب ـ بالنسبة للهدف الثانى :

البحوث التى قمنا ـ وما نزال ـ نقوم بها مع طلاب البحوث ، لتحقيق هذا الهدف ، تبين الفاعلية التطبيقية للأسلوب الجديد الذى بنيناه فى تعلم الرياضيات من جهة ، ومن جهة أخرى يفجر الجمود الذى لازم البرامج المطورة فى المرحلة الثانوية عن طريق تقديم رياضيات عالية ذات دلالة فى نمو الرياضيات ، وتساعد التلميذ على تفهم أعمق وأشمل لموضوعات فى متناول يده . أو قد تكون لها صبغة جمالية ابداعية منطقية تشحذ النواحى الخلاقة للتلميذ وتساعده على معايشة الروح الرياضية المتجددة وتذوق جمالها ، ومسألة تبسيط مثل هذه الرياضيات لتناسب تلميذ المرحلة الثانوية ليست بالأمر السهل . وذلك لأن معظم مراجعها مكتوبة لطالب الجامعة أو الدراسات العليا ، وقد يكون لأفكارها جذور بدائية يمكن أن نجعلها ملموسة لتلميذ المرحلة الابتدائية ، الا أنه يصعب معالجتها بشىء من الشكلية والصرامة لتلميذ المرحلة الثانوية أو الاعدادية ، وعلى ذلك فتفاعل تلميذ المرحلة الثانوية مع البرنامج أو الوحدة التى تحوى الأفكار الأساسية لها (الرياضيات النامية) أمر هام ومن ثم فقد اتبعنا فى معظم هذه البحوث عمل وحدات بنائية ـ كما اقترح رومبرج ود يفولت وبين فاعليتها كنج ـ[١٩] حيث تبنى الوحدة فى بادئ الأمر مع عينة صغيرة (٣ـ٦) تلاميذ . ويكون الباحث فيها قريب من التلميذ لا يهمه فقط أن يصل التلميذ الى مستوى التمكن باعطاء وقت أطول ، أو استخدام توضيحات ووسائل . ولكنه عن طريق الاستيطان فى أسباب أخطاء التلميذ واستجاباته للأفكار المختلفة وفى أساليب معالجة الأخطاء تعدل فى كل خطوة اجزاء الوحدة . كذلك تتحدد أى المداخل الرياضية يفضلها التلميذ . وقد يكون للتلميذ نفسه دور فى اقتراح يثير البدائل المختلفة لتقديم أو سير الفكرة الرياضية ، وفى رفضها أو قبولها وعلى ذلك فالتقويم البنائى للوحدة ليس فقط التقويم الشكلى الكتابى

(اختبارات بأى صورة ..) ، ولكن بالمقابلة أو الاستبطان واستخدام أسئلة شفهية يقدمها الباحث أو يثيرها التلميذ أو من أعمال يطلب من التلميذ عملها . وقد يستعان بعمل بروفيل لكل تلميذ أو حساب الدالة المتميزة لأخذ صورة كلية ومفصلة عن التقييم . ثم تجرب الوحدة استطلاعيا على عينات أكبر كما فى الوحدات العادية ، ومن البحوث التى أجريت ـ أو مازالت تحت البحث ـ فى هذا الاتجاه ، أى فى تبسيط الرياضيات النامية لتلميذ المرحلة الثانوية أو الاعدادية :

١ـ بحث فى تقديم التكامل عن طريق نظرية القياس لتلميذ المرحلة الثانوية (٢) ، وفيه يقدم تكامل أعم وأحدث من التكامل الريمانى الموجود فى البرنامج المطور وهو تكامل ليبيه ، وتقديم هذا الموضوع يتمشى مع مبادىء الأسلوب الجديد الذى ينيناه فى تعلم الرياضيات ـ أى أن هذا البحث يعكس فاعلية المدخل الرياضي والفاعلية التطبيقية لهذا الأسلوب الحديث كطريقة متكاملة فى التدريس ، ومن جهة أخرى فهو يجرد معلومات التلميذ فى مجالات القياس المتعددة التى قابلها ـ الطول ـ المساحة ـ الحجم ـ الوزن ـ الاجتمال ، ويكاملها فى ذهنه .

٢ـ تبسيط نظرية تصنيف السطوح لتلميذ المرحلة الثانوية هذا البحث يقدم تطويرا لتدريس الهندسة بادخال شكل جديد من الهندسة يمتد جذوره فى موضوعات للرياضيات النامية مثل التوبولوجى التجميعي ، التوبولوجي الجبرى ، التبولوجي الهندسي ، بجانب أنه يعكس الروح الجديدة فى البحث فى الرياضيات كما يقدمها الرياضى الخلاق المعاصر زيمان وله صبغة هندسية جمالية .

٣ـ تحسين تدريس الهندسة الفراغية لتلميذ المرحلة الثانوية عن طريق تبسيط الهندسة الاسقاطية وهندسة المسلمات وهذا يعطى فكرة عن توظيف الرياضيات الحديثة فى اصلاح عيوب الرياضيات التقليدية وبنائها على أساس بديهى سليم . بجانب اعطاء فكرة عن نوع من الهندسات

له صبغة جمالية ومنطقية وتطبيقية . كذلك الاستعانة بأجهزة تركيبية ووسائل لتحسين الادراك الفراغي للتلميذ .

٤ - تطوير تدريس الهندسة الاقليدية المستوية بالمرحلة الاعدادية بتوضيح الأساس البديهي لها باستخدام النمو التاريخي للطريقة البديهية - أو النمو الرجعي للطريقة البديهية - وهي طريقة اقترحها أحد الرياضيين المعاصرين شيبانا ، مع الاستعانة بوسائل وأجهزة تركيبية لمساعدة التلميذ على اكتشاف المفاهيم والأفكار الهندسية .

٥ - تبسيط الاحتمالات لتلميذ المرحلة الاعدادية مع توضيح الأساس البديهي لها وأهميتها التطبيقية خاصة في نمو مفاهيم الاحصاء عن طريق " المتغير العشوائي ودوال التوزيع " ، مع الاستعانة بوسائل للاحتمالات .

٦ - مدخل لتقديم الهندسة التحليلية عن طريق تركيب متجه الفراغ في بعد وبعدين وثلاثة أبعاد (٢١) . وتقديم الهندسة التحليلية عن طريق المتجهات في البرامج المطورة يقدم في مرحلة متأخرة في الهندسة التحليلية حيث تستخلص بعض أفكار المتجهات من أفكار أولية في الهندسة التحليلية أخذها التلميذ من قبل ، أما في هذا البحث فان أفكار المتجهات وتجريدها الى متجه الفراغ يكون مستقلا عن المعلومات الأولية في الهندسة التحليلية والتي تبنى بطريقة منطقية من البعد الأول ، على أساس الأفكار الأساسية للمتجهات - كالمتجهات المستقلة والمعتمدة خطيا ، المجموع الخطي للمتجهات .

وبهذا يسهم بناء النظرية في الرياضيات التربوية في تحسين تعليم الرياضيات والتطوير المستقبلي في مناهج الرياضيات بما يتمشى مع خصائص الرياضيات النامية والتطلعات الاجتماعية في ظل الدراسات التربوية والنفسية وفي ظل تقدم الرياضيات ذاتها .

المراجـــــع :

(1) A.G. Howson: "Developments in Mathematical Education."Cambridge University Press, 1973.

(2) H.B. Griffiths (et. al): "Mathematics, Society, and Education." Cambridge University Press, 1974.

(3) E.G. Begle: "The role of Research in the Improvement of Mathematics Education. Proceedings of the first International Congress on Mathematical Education (ICME). "1969.

(4) J.P. Becker: "Some aspects of Mathematics Education Research in the United States. Journal of Japan Society of Mathematical Education. (JPSME). Special Issue, 1971.

(٥) الحلقة السنوية لمركز تطوير تدريس العلوم - جامعة عين شمس ، حول دور البحث العلمي التربوى فى مصر فى تطوير التربية العلمية وتدريس العلوم والرياضيات ، ١٩٨٠.

(٦) د. نظلة حسن أحمد خضر " نحو بناء أسلوب جديد فى تعلـــــم وتعليم الرياضيات ، مؤتمر تعليم الرياضيات ما قبل الجامعة سنة ١٩٨٠ ، القاهرة ١٩٨٠.

(7) T. Kawagachi: "Training of Mathematics Teachers in Japan." (JPSME), 1971.

(8) E. Begle & J. Wilson: "Evaluation of Mathematics Programs." (JPSME), 1971.

(9) J. Becker: "Research in Mathematics Education" The Role of Theory and Apptitude Treatment Interaction. (JPSME), 1970.

(10) C. Taylor: "Scientific Creativity." John Wiley, 1963.

(11) Sarage: "How we do Mathematics." Lecture read at Faculty of Education, Ain Shams University, 1977.

(12) D. Bock: "Contributions of Multiple variate Expermental Designs to Educationnal Research." Chapter 28 in Handbook of Multivariate Experimental Psychology, (ed) Reymond B Cattell, Chicago, Rand McNally, 1966.

(١٣) د . نظلة حسن أحمد خضر " فاعلية طريقتين لتدريس الرياضيات الحديثة بالجامعة ، مجلة كلية البنات ، العاشر ١٩٧٩/.

(١٤) ـــــــــــــــ " دور الطريقة البديهية في الرياضيات الحديثة (والاحدث) والتضمين التربوى لها صحيفة التربية ـ العدد الأول ١٩٧٧.

(١٥) ـــــــــــــــ " أصول تدريس الرياضيات " عالم الكتب ١٩٧٤.

(١٦) د . نظلة حسن أحمد خضر " دراسة تحليلية لأساليب حديثة فى تعلم الرياضيات ، مذكرة غير منشورة ،كلية التربيـــة جامعة عين شمس .

(١٧) ـــــــــــــــ " نظرية مقترحة فى تعلم الرياضيات مذكرة غير منشورة ـ كلية التربية جامعة عين شمس .

(١٨) ـــــــــــــــ " حول تعلم الرياضيات " مذكرة غيـــر منشورة ـ كلية التربية جامعة عين شمس .

(19) I. King: "A Formative Development of an Elementary School Unit on Proof." (JPME), I, 1973.

(٢٠) عبداللطيف الجزار " مدخل مقترح لتدريس التكامل ـ بواسطـــة مفاهيم نظرية القياس " رسالة ماجستير ـ كلية البنـــات جامعة عين شمس ١٩٧٧ .

(٢١) مصطفى عبدالسميع : " مقالة تدريس الهندسة التحليلية بالمتجهات فى الصف الأول من المرحلة الثانوية " رسالة ماجستيـــر كلية التربية جامعة عين شمس ١٩٧٦ " .

(22) Procedings of the 4-th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Part (A) on " Teaching and Learning Mathematics"-Berkeley, California, August 16-17, 1980.

(23) Journal for Research in Mathematics Education, No. 1, 1978 & No. 4, 1980.